Урок №2 (11.09.2019)
Механические колебания.

1. *Физический маятник*

Момент силы, действующий на физический маятник, относительно точки подвеса равен $\tau = -mgh\sin\theta$, где h – расстояние от точки подвеса до центра тяжести маятника.

По второму закону Ньютона $\tau = I\ddot{\theta} = -mgh\sin\theta$. Полагая угол θ малым, получаем уравнение $\ddot{\theta} + \left(\frac{mgh}{I}\right)\theta = 0$.

Отсюда видим, что период малых колебаний физического маятника равен $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}}$.

Мы получили удобный способ измерения момента инерции I для различных тел.

Приведённая длина физического маятника – длина математического маятника с тем же периодом малых колебаний: $L = \frac{I}{mh}$. Точка, располагающаяся на расстоянии L от оси вращения на линии, проходящей через центр масс, называется *центром качаний*. Центр качаний обладает следующими свойствами: 1) он взаимно заменяем с точкой подвеса относительно центра масс, причём период колебаний не меняется; 2) если по маятнику нанести удар по точке центра качаний, то в точке подвеса не возникает силы реакции.

2. *Амплитудные значения скорости и ускорения*

Ещё раз рассмотрим колебания пружинного маятника. Груз движется в разных точках траектории с разной скоростью. При этом его кинетическая энергия меняется. Мы рассматриваем случай замкнутой системы без трения, следовательно, полная механическая энергия должна сохраняться. Очевидно, кинетическая энергия груза периодически «перетекает» в потенциальную энергию пружины. Это даёт нам возможность связать между собой амплитудные (максимальные) значения величины отклонения груза от положения равновесия и скорости тела:

$\frac{kA^2}{2} = \frac{mV^2}{2}$, следовательно $V = A\sqrt{\frac{k}{m}}$, или $V = A\omega$,

где A – амплитуда колебаний груза, V – максимальная скорость груза, ω – круговая частота колебаний маятника.

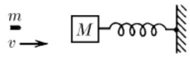
К тому же выводу можно прийти, дифференцируя уравнение движения груза:

$$x(t) = A\sin(\omega t + \alpha_0)$$
$$\dot{x}(t) = A\omega\cos(\omega t + \alpha_0) = V\cos(\omega t + \alpha_0)$$

Дифференцируя далее, можно получить значение максимального ускорения ($a_{\max} = A\omega^2$).

3. *Задачи*

1. Найти частоту малых колебаний кубика со стороной a, плавающего в жидкости плотности ρ_0. Плотность кубика $\rho < \rho_0$.
2. Написать закон движения пружинного маятника, если в начальный момент времени
   a. грузу, находящемуся в положении равновесия, сообщают скорость v_0;
   b. в начальный момент времени груз имеет скорость v и находится на расстоянии x от положения равновесия.
3. Пуля массы m, летящая со скоростью v, попадает в тело массы M, связанное со стенкой пружиной жёсткости k, и застревает в нем. Выбрав момент попадания пули за начало отсчёта времени, найдите зависимость скорости и координаты тела от времени.



4. Подставка совершает гармонические колебания в вертикальном направлении с амплитудой A. Определите наименьший период колебаний $T_{\min}$, при котором тело, лежащее на подставке, ещё не будет отрываться от неё.